

МОДЕЛИРАНЕ НА РЕКУРСИВНИ ЦИФРОВИ ФИЛТРИ С НЕВРОННИ МРЕЖИ

Гл.ас. д-р Стела Ангелова Стефанова
ТУЕС към Технически университет София,
тел. 75 20 41; e mail sas@vmei.acad.bg

Stefanova S. A., Recursive Digital Filters Modelling Based on Neural Networks. In this paper an algorithm for constructing of recursive digital filter model based on recurrent neural network is considered. The proposed algorithm is realized in two steps. The first step consists in generation of training samples that have been constructed from various input signals and corresponding filter responses. At the second step, appropriated linear feed-forward neural network architecture has been chosen. This neural network structure has been training with training samples, obtained in the first step, so that with given appropriate signal applied to the input, the output variable of the neural network approximates a given target function in least square sense. The proposed linear feed-forward neural network architecture has been used for simulation of recursive digital filters in the case of arbitrary input signals. The design examples illustrating the effectiveness of the proposed algorithm are considered. Some results and graphical representations for lowpass recursive digital filters are given.

1. УВОД

Моделирането на динамични системи с невронни мрежи е модерна бързоразвиваща се област с голямо практическо приложение. Невронните мрежи притежават редица свойства и характеристики, които ги правят подходящи за целите на математическото моделиране, идентификация и управление на динамични системи. Най съществените от тях са:

- Невронните мрежи имат голямо приложение в системите за нелинейно управление, което се дължи на способността им да осъществяват (апроксимират) произволно нелинейно изображение;
- Разпаралеляване на изчислителния процес. Невронните мрежи имат паралелна структура, която осигурява голямо бързодействие и висок толеранс по отношение на грешки;
- Настройването на параметрите на невронната мрежа става с обучение или адаптация, което се извършва с данни, получени с експерименти с моделирания обект. Подходящо тренираната невронна мрежа придобива качеството правилно да обобщава познанията си в случаите, когато на входа ѝ е подаден непознат входен сигнал.;
- Обикновено невронните мрежи имат множество входове и множество изходи и затова са приложими в системите с множество променливи.

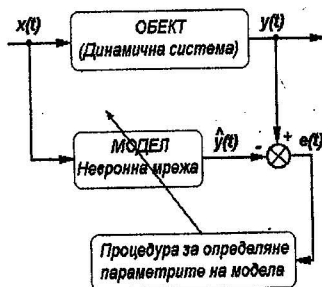
Съвременните средства за цифрова обработка на сигнали, в частност цифровите филтри (ЦФ), представляват динамични системи описвани с

диференчни уравнения, което дава възможност за използването на невронните мрежи за решаване на синтезната задача във времева област, за моделиране и реализация на нерекурсивни, рекурсивни и адаптивни цифрови филтри. Подход за проектиране на едномерен FIR ЦФ по метода на най-малките квадрати с тегловни функции, като се използва невронна мрежа (НМ) за решаване на апроксимационната задача е предложен в [1]. В [2] са разгледани методи за проектиране на нелинейни ЦФ с рекурентни невронни мрежи и тяхното приложение за моделиране на динамични системи на реални обекти. Основни резултати, свързани с апроксимиране на дискретни динамични системи с НМ са разгледани в [3].

В настоящата статия са предложени модели на 1-D рекурсивни цифрови филтри (РЦФ) с рекурентна невронна мрежа. За реализиране на тези модели са генерирани обучаващи последователности от входни въздействия и съответни реакции на филтъра. Използвани са стандарти входни въздействия: единичен импулс за получаване на импулсната характеристика и хармонично входно въздействие с честота в лентата на пропускане на филтъра за получаване на реакцията на хармоничен импулс. С тези последователности е обучена линейна НМ с определена структура, така че при зададено входно въздействие изходната променлива на мрежата да апроксимира еталона в средноквадратичен смисъл.

2. ЗАДАЧА ЗА МОДЕЛИРАНЕ НА ДИНАМИЧНА СИСТЕМА

На фигура 1 е показана идеята за алгоритъма за моделиране на обект, представляващ динамична система.



Фигура 1. Схема за моделиране на динамична система

Предполага се, че разглежданият обект представлява динамична система, която се описва със система диференциални или диференчни уравнения. Проведени са експерименти и са направени записи на входните въздействия и съответните реакции на обекта. Целта на моделирането е определяне на параметрите на невронния модел така, че изходът на модела да апроксимира реакцията в средноквадратичен смисъл. Входното въздействие към разглеждания обект и към

невронния модел е едно и също. Образува се разликата между реакцията на обекта, която се приема за еталон и изхода на невронния модел. Тази разлика дава грешката на мрежата. Настройването на параметрите на невронния модел се осъществява посредством оптимизационна процедура за минимизиране на грешката.

Общият запис на рекурентна НМ с N неврона се дава със следната дискретна нелинейна система:

$$\begin{cases} x(k+1) = -ax(k) + Af(x(k) + Bu(k)) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (1)$$

където $x \in \mathbf{R}^n$, $y \in \mathbf{R}^n$ и $u \in \mathbf{R}^m$ са съответно невронното състояние, изхода и входа на НМ; $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ и $C \in \mathbf{R}^{n \times n}$ са матрици на теглата на връзките, свързани с невронното състояние, входните и изходните вектори; $a \in [-1, 1]$ е фиксирана константа.

В [3] е доказана теорема, съгласно която за дискретна нелинейна система от вида:

$$z(k+1) = F(z(k), u(k)), \quad z \in \mathbf{R}^n, u \in \mathbf{R}^m, \quad (2)$$

със зададено начално условие, съществува рекурентна НМ от вида (1) с N неврона, решението на която представлява равномерно приближение на решението на (2).

Най-общо НМ представлява система от елементарни обработващи елементи, наричани неврони, които са свързани в мрежова структура, посредством връзки с тегла (синапси). Невронът, показан на фигура 2, е елементарен обработващ елемент, който получава определен брой входни величини на входа си, сумира ги със съответващите на връзките тегла и резултатът се използва като аргумент на еднозначна активизираща функция, която определя стойността на изхода на неврона. Математическото описание на неврона се задава във вида:

$$a_i = f_i(n_i) = f_i\left(\sum_{j=1}^q w_{ij} p_j + b_i\right) \quad (3)$$

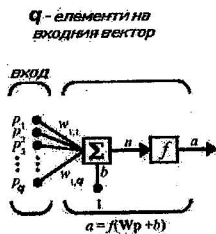
Функцията и характеристиките на НМ се определят от нейната архитектура. Една от най-често използваните архитектури е права многослойна НМ, която се състои от подредени в слоеве неврони, като всеки неврон в даден слой получава входа си само изходите на невроните от предходния слой или вътрешните входове. На фиг. 3 е показана еднослойна права невронна мрежа с s на брой неврони в един слой.

3. ЗАДАЧА ЗА МОДЕЛИРАНЕ НА РЕКУРСИВЕН ЦИФРОВ ФИЛТЪР

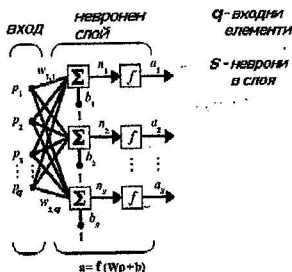
Рекурсивният цифров филтър (РЦФ) представлява цифрова динамична система, която се описва във времева област с диференчно уравнение от N -ти ред с рекурсия от вида (4), в което участват предишни отчети както на входния сигнал така и на изходния сигнал.

$$y(nT) = \sum_{i=0}^N a_i u(nT - iT) - \sum_{i=1}^N b_i y(nT - iT) \quad (4)$$

където $a_i, b_i, i=1..N$ са коефициентите на РЦФ, а $u(nT), y(nT)$ са сигналите на входа, съответно на изхода на филтъра



Фигура 2. Схема на неврон



Фигура 3. Еднослойна права невронна мрежа

След преобразуване на диференчното уравнение (4) може да бъде получено описание на РЦФ в пространство на състоянията като система от N уравнения от 1-ви ред във вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(nT + T) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(nT) + \mathbf{B} \mathbf{u}(nT) \\ y(nT) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(nT) + \mathbf{D} \mathbf{u}(nT) \end{aligned} \quad (5)$$

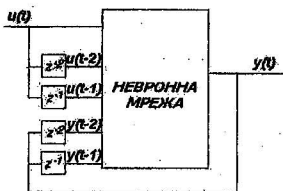
където $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ и \mathbf{D} са матрици, а $\mathbf{x}(nT)$ е вектор с променливи на състоянията.

Като се вземат предвид резултатите, получени в [3], РЦФ може да бъде моделиран с еднослойна рекурсивна НМ с брой неврони, съответстващ на реда на РЦФ. Въвеждането на рекурсия в правата НМ означава, че обучаващите последователности ще се формират от входния сигнал и от закъснели предишни стойности на реакцията на РЦФ. На фиг. 4 е показана рекурсивна НМ за РЦФ от втори ред.

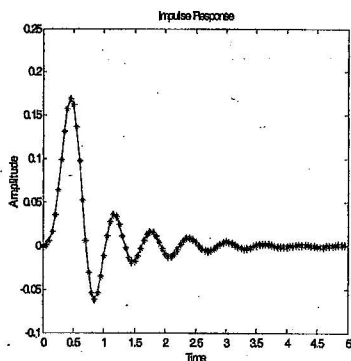
4. РЕЗУЛТАТИ ОТ МОДЕЛИРАНЕТО

Направен е модел на нискочестотен РЦФ със следните изисквания: лента на пропускане 0 до 800 rad/s, затихване 0,5 dB; лента на непропускане > 1600 rad/s,

затихване 45 dB, честота на дискретизация 5000 rad/s. РЦФ е проектиран като филтър на Чебишев от 5-ти ред. Изчислена е неговата импулсна характеристика, която е използвана като еталон при формирането на обучаващите последователности на рекурсивна невронна мрежа с 5 неврона. На фиг. 5 са показани съответно импулсните характеристики на РЦФ-еталон и на филтъра, моделиран с невронната



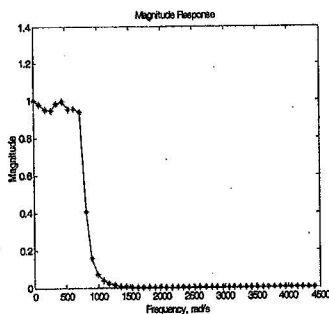
Фигура 4. Рекурсивна невронна мрежа за РЦФ от втори ред



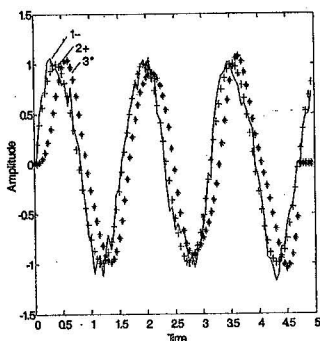
Фигура 5 Импулсни характеристики на филтъра-еталон и моделирания филтър.

С цел да се провери дали моделираният РЦФ удовлетворява поставените изисквания се преминава в честотна област чрез бързо преобразуване на Фурие. На фиг. 6 са показани амплитудно-честотните характеристики (АЧХ) на РЦФ-еталон и моделирания филтър.

Тренирането на НМ е извършено с хармоничен синусоиден сигнал с честота в лентата на пропускане на РЦФ с насложен случаен шум (крива 1 фиг. 7). На фиг. 7 са съпоставени съответно входния сигнал с насложен случаен шум, входния сигнал без шум (крива 2) и реакцията на моделирания РЦФ (крива 3).



Фигура 6 АЧХ на РЦФ-еталон и моделирания РЦФ



Фигура 7. Входен сигнал с шум, без шум и реакции на моделирания РЦФ

5. ЛИТЕРАТУРА

1. Bhattacharya D. and A. Antoniou, Real-time Design of FIR Filter by Feedback Neural Network, IEEE Signal Processing Letters, Vol.3, No 4, May 1996, pp. 158 – 161.
2. Pedersen M., Optimization of Recurrent Neural Networks for Time Domain Series Modelling, Ph.D Thesis, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 1997.
3. Jin L., P. Nikiforuk, M. Gupta, Approximation of Discrete-Time State-Space Trajectories Using Dynamical Recurrent Neural Networks, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.40, No 7, 1995.

Работата е рецензирана от доц. д-р Ганчо Илиев Венков