

Метод за класифициране на сигнали, използващ нелинейно преобразуване на спектъра им.

дл. ас. д-р Огнян Иванов Железов, Технически университет - Варна

Abstract: The classification of signals needs the methods, that gives the same results for the signals, that have the same form, but the different scales. The report offers one algorithm, that uses the invariableness of the Fourier Transformation module regarding translation for receiving the transformation of the given signal $x(t)$, that is invariable regarding its scale. The logarithmical scale for the frequency transforms the time scaling to the translation of Fourier Transformation module and gives the possibility to use the linear classification methods.

1. Увод

За класифициране на сигнали по тяхната форма е необходимо да се използват решаващи функции, които са инвариантни относно изменение на мащаба на времето (ИМВ) и мащабиране по амплитуда на сигналите. Линейните класификатори не могат да решат тази задача, защото ИМВ е нелинейна операция, която по принцип не преобразува линейно разделимите класове от сигнали също в линейно разделими класове. Използването на тези добре изучени класификатори изисква предварително нелинейно преобразование, в резултат на което ИМВ да се трансформира в линейно преобразование. В доклада се предлага нелинейно преобразование на спектъра на сигналите, което трансформира ИМВ на сигнала в трансляция по честотната ос.

2. Математически модел

Разглеждаме M на брой класове A_1, A_2, \dots, A_M от сигнали, дефинирани за $t > 0$, като към класа A_i принадлежат сигналите, които се представят посредством функции от вида

$$(1) \quad f_i(t, C, k) = C \cdot x_i(kt), \quad i=1, \dots, M$$

, където C и k са реални параметри, $C \in \mathbb{R}$ и $k \in \mathbb{R}$. Сигналите са с ограничен спектър, съдържащ се в интервала $(\Omega_{\min}, \Omega_{\max})$. Търси се преобразование, което да дава възможност за използването на линейни решаващи функции за класифициране на сигнали към един от зададените M класа.

3. Преобразуване на изменението на мащаба на времето (ИМВ) в трансляция по честотната ос.

Разглеждаме аналоговия сигнал $x(t)$ и сигнала $x_1(t) = x(k.t)$ получен от $x(t)$ посредством ИМВ. Ако сигналите се додефинират за $t < 0$ като четни функции на t , то модулите тяхното преобразование на Фурие (ПФ) се дават с формулите:

(2)

$$X(\Omega) = \left| 2 \int_0^{\infty} x(t) \cdot \cos(j\Omega t) \cdot dt \right|$$

(3)

$$X_1(\Omega) = \left| 2 \int_0^{\infty} x(k.t) \cdot \cos(j\Omega t) \cdot dt \right| = \left| \frac{2}{k} \int_0^{\infty} x(t_1) \cdot \cos\left(\frac{j\Omega t_1}{k}\right) \cdot dt_1 \right|$$

където в (2) е извършена смяна на променливата t с t_1 .

(4)

$$t = \frac{t_1}{k}$$

Ако заменим линейната честотна скала с логаритмична, което съответствува на смяна на променливата Ω със Z по формулата:

(5)

$$\Omega = a^Z, \text{ където } a > 1,$$

то за $\Omega \in (0, +\infty)$ Z се изменя в интервала $(-\infty, +\infty)$. Тогава за $Y_1(Z) = X_1(\Omega)$ получаваме:

(6)

$$Y_1(Z) = \frac{2}{k} \cdot \left| \int_0^{\infty} x(t_1) \cdot \cos\{t_1 \cdot a^{[Z - \log_a(k)]}\} dt_1 \right| = \frac{1}{k} \cdot Y[Z - \log_a(k)]$$

От този резултат се вижда, че преобразованието $Y_1(Z)$ на сигнала $x_1(t)$ може да се разглежда като получено от преобразованието $Y(Z)$ на сигнала $x(t)$ посредством мащабиране по амплитуда с множителя $1/k$ и посредством транслиране по оста Z на разстояние $\log_a(k)$. Влиянието на мащабирането по амплитуда лесно може да се отстрани посредством нормиране по мощност на сигналите $Y(Z)$ и $Y_1(Z)$. Тогава нормираният сигнал $Y_{N1}(Z)$ ще се отличава от $Y(Z)$ само по трансляцията по оста Z . Това определя и вида на линейните решаващи функция, посредством която може да се извърши класификация на сигнали от вида (1). За целта може да се използва взаимно-корелационната функция на преобразованието $Y(Z)$ на изследвания сигнал $x(t)$ и еталоните $Y_i(Z)$, $i=1, \dots, M$ на зададените класове A_1, A_2, \dots, A_M . Ако изследваният сигнал $x(t)$ принадлежи към i -ти клас, то тогава, съгласно изведената формула (5) $Y(Z) = Y_i[Z - \log_a(k)]/k$. Тогава очевидно взаимно-корелационната функция

$$\begin{aligned} R_{Y, Y_i}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} Y_1(Z) \cdot Y(Z + \tau) \cdot dZ = \frac{1}{k} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} Y_i(Z) \cdot Y_i(Z - \log_a(k) + \tau) dZ = \\ &= R_{Y_i}[\tau - \log_a(k)] \end{aligned}$$

ще има максимум за $\tau = \log_a(k)$, защото това съответствува на корелация на сигнала със самия себе, т.е. на стойността на автокорелационната функция $R_{Y_i}(\tau)$ за $\tau=0$, умножена по $1/k$. Ако множителят $1/k$ се елиминира посредством нормиране по мощност на преобразованието $Y(Z)$ на изследвания сигнал $x(t)$ (предполага се, че еталоните $Y_1(Z), Y_2(Z), \dots, Y_M(Z)$ на класовете A_1, A_2, \dots, A_M също са нормирани по мощност), то за класифициране на сигнала може да се използва следният критерий: сигналът $x(t)$ се принадлежи към клас A_p ако $\text{Max}[R_{Y_p, Y}(m)] > \text{Max}[R_{Y_i, Y}(m)]$

(8)

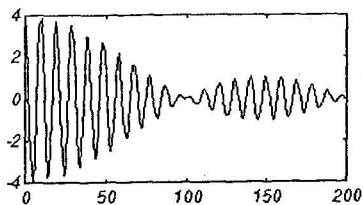
$x(t) \in A_p$ ако $\text{Max}[R_{Y_p, Y}(\tau)] > \text{Max}[R_{Y_i, Y}(\tau)]$ за всяко $i \neq p$

При използване на описаното нелинейно преобразование на спектъра при работа с дискретни сигнали, това може да доведе до загуба на част от стойностите на дискретното преобразование на Фурие (ДПФ) и оттам до неправилна класификация. Например за сигнал с дължина $N=1024$ отчета при използване на преобразование (5) за $a=2$, функцията $Y(Z)$, изчислена по формула (6), ще има само 10 стойности, съвпадащи със стойностите на равен на цяла степен на 2 (за дискретни сигнали с крайна дължина Ω и Z са също дискретни променливи). При подходящ избор на стойността на a обаче, удовлетворяваща неравенството $a^N - a^{N-1} < 1$, функцията $Y(Z)$ ще съдържа всички стойности на $X(\Omega)$, като поради нелинейността на преобразованието (5) част от стойностите на $X(\Omega)$ ще се съдържат по няколко пъти в $Y(Z)$. На фиг. 3 - фиг. 8 е показан пример за използване на предлаганото нелинейно преобразуване на спектъра за сигнали от вида

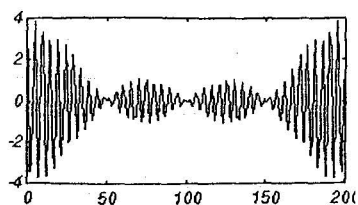
(9)

$$x(k.n) = \sum_{m=M_1}^{M_2} \exp[j(2\pi / N).k.m.n]$$

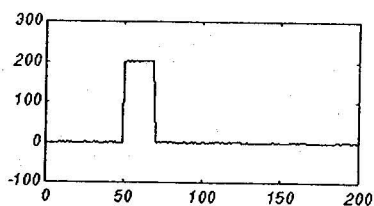
Вижда се, че върху нелинейната скала сигналите $Y_i(Z)$ и $Y(Z)$ имат един и същ вид, което дава възможност за класификация посредством взаимно-корелационната функция на преобразованието $Y(Z)$ на зададения сигнал и еталонния сигнал $Y_i(Z)$.



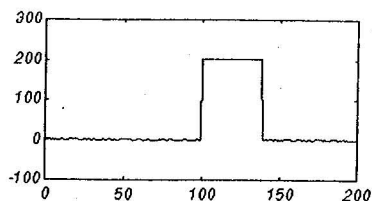
Фиг. 1 Еталонен сигнал $x(t)$



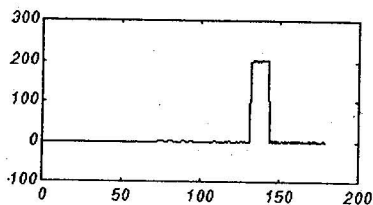
Фиг. 2 Зададен сигнал $x(k.t)$, $k=0.5$



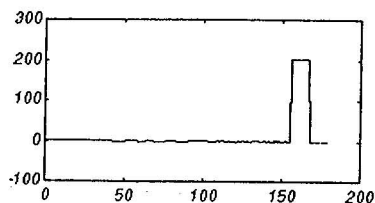
Фиг. 3 ДПФ на еталонния сигнал



Фиг. 4 ДПФ на сигнала $x(t)$



Фиг. 5 Вид на сигнала $Y_1(Z)$



Фиг. 6 Вид на сигнала $Y(Z)$

4. Заключение:

Предлаганият метод за разпознаване на сигнали, използващ нелинейно преобразуване на спектъра им, може да се използва както за аналогови, така и за цифрови сигнали. Проблемите при използването му са свързани със силно нелинейната скала, съответстваща на преобразование (5). Както беше посочено в т 2 загубата на част от отчетите на ДПФ за цифрови сигнали при това преобразование може да се избегне с подходящ избор на стойността на параметъра "а", Тъй като това води до повторения на стойности на ДПФ на съгнала във функцията $Y(Z)$, за правилна класификация в корелационната функция е желателно значението на повтарящите се стойности на $X(\Omega)$ в $Y(Z)$ да се намали чрез въвеждането на тегловна функция.

Литература

1. А. Опенхайм, А. Уилски, Сигналы и системы, С. "Техника", 1993г.
2. Л. Рабинер, Б.Гоулд, Теория и применение ЦОС. М. "Мир" 1978г.
3. Л. Голденберг и др. Справочник "Цифровая обработка сигналов", М. "Радио и связь", 1985г.
4. Kung s, Whitehouse H and Kailath editors, VLSI and modern signal processing, Prentice hall inc. New Jersey, 1989
5. Д. Даджион, Р. Мерсеро, Цифровая обработка многомерных сигналов, М. "Мир", 1988г.
6. Т. Павлидис, Алгоритмы машинной графики и обработки изображений. пер. Н.Гуревич, М. "Радио и связь", 1986г.
7. Д. Хирн, М. Бейкер, Микрокомпьютерная графика, М. "Мир", 1987г.