Моделиране на вентилни схеми (тензорен подход)

Периодичен дискретен модел на преобразувателни схеми

Цеков И.Б., Борисов В.Й., Димитрова Е.Н.
Технически Университет - ВАРНА

Известна от общата теория на системите, в това число на електрическите, е възможността за формално описание на поведението на система (модел на система) чрез неориентиран оператор от вида: $\mathrm{S} = S(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{y}, \mathbf{t})$, където X е множеството на вътрешните за системата променливи, определаящи енергетичното и състояние, U е множеството на входните въздействия, Y е моножеството на изходните сигнали и t е скалара "време". В общия случай този оператор може да бъде развит до векторно-матрични зависимости от вида: $\frac{dx}{dt} = f(x,u,t)$ и $\mathbf{y} = f(\mathbf{x},\mathbf{u},\mathbf{t})$. За линейни системи тези зависимости са известни като описание в пространството на променливите на "състоянието". Първото от уравненията (уравнение на състоянието) описва вътрешните процеси на енергообмен в системата, а второто уравнение (уравнение на наблюдението) проявата на тези състояния във външния свят.

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = A*x + B*u \\ y = C*x + D*u \end{cases}$$

Размерностите на променливите от (1) са: $\mathbf{x}$ и $\frac{dx}{dt}$ [n,1], u [m,1], y [p,1], съответно за векторите на състоянието, входните въздействия и изходните реакции, [n,n], [n,m], [p,n] [p,m] сътветно за матриците A, B, C и D. Векторът на състоянието е не еднозначно свързан с конструктивните (за електрически системи - топологични и параметрични) параметри, т.е. възможен е преход от една координатна система на променливи на състоянието (X) към нови променливи на състоянието (Z) чрез субституцията $\mathbf{X} = \mathbf{S}*\mathbf{Z}$. Достатъчно условие за това е трансформационната матрица S да има rank(S)=n. В този случай системата (1) може да бъде приведена до вида (2),

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}} = (\mathbf{S} \setminus \mathbf{A}*\mathbf{S})*Z + (\mathbf{S} \setminus \mathbf{B})*U \\ \mathbf{Y} = (\mathbf{C}*\mathbf{S})*Z + \mathbf{D}*U \end{cases}$$

където изразите в скобите са трансформираните A, B и C матрици за същата система в новата координатна система на Z променливите на състоянието. Решението на (1) и (2) е решение на класическата задача на Коши за намиране на траекторията на точка в N-мерното фазово пространство на променливите X или Z, при известни начални условия (решаване на система от N диференциални и P алгебрични уравнения) и има вида (3):

$$(3)\quad \left|\begin{array}{l} \mathbf{x(t)} = \Phi(t-t_0)*x(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} \Phi(t-\tau)*\mathbf{B}*U(\tau)*d\tau \\ \mathbf{y(t)} = C*\Phi(t-t_0)*x(t_0) + \int\limits_{t_0}^{t} \mathbf{C}*\Phi(t-\tau)*\mathbf{B}*U(\tau)*d\tau + \mathbf{D}*U(t) \end{array}\right.$$

В (3а) първият член е реакцията на системата при нулево входно въздействие, а втория-реакцията при нулеви начални условия. Възможен е компактен запис на уравненията (1) и (2) - т.н. разширена форма на променливите на състоянието - при който входните въздействия са добавени към променливите на състоянието и решението (3) се свежда само до реакция при ненулеви начални условия и нулеви входни въз-действия. Този запис е особено удобен при детерминирани входни въздействия от вида постоянни, хармонични, експоненциални и полиномиални функции. Структурата на A матрицата от уравнението на състоянието от (1) или (2) е:

A	B
	?

в която подматрицата ? е нулева при постоянни, диагонална с декремента на затихване по диагонала при експоненциални и т.н. зависима от типа на източниците структура и елементи. В съответствие с промяната на A матрицата се увеличава и размерността на вектора на състоянието в който се съдържат началните условия за източниците предаствени като интегруеми функции. Решението от вида (3) се упростява значително и се свежда до намиране на преходната матрица $\Phi(t\text{-}t_0)$ при зададени t и t_0.

Свойствата на преходната матрица са известни напр. [1] и за нейното намиране (матрична експонента от $A(t\text{-}t_0)$), съществуват над 30 алгоритъма: апроксимация чрез ред на Тейлор или Паде, привеждане до нормална канонична форма, приложение на теоремата на Кели-Хамилтън или преобразуванието на Лаплас при ненулеви начални условия и т.н. От гледна точка на решението на (3) същественото е че: преходната матрица удовлетворява хомогенната част на (3), а това в разширената форма е пълната система; преходната матрица е неособена за всяко t, центрирана е към момента t_0, и е функция на продължителността на интервала $\tau = t\text{-}t_0$; интегрирането на система линеини диференциални уравнения чрез преходната матрица се осъществява при произволна стъпка τ независимо от отношението между най-голямата и най-малката сингулярна стойност на матрицата на състоянието т.е. от “твърдостта” на СДУ.

Представата на вентилните елементи (едно- или дву-операционни, управляеми или не, идеални или не) в схемите на силовата електроника като нелинейни елементи прави задачата за анализ на тези схеми в общия случай нерешима поради отсъствие на систематичен метод за анализ на произволна нелинейна динамична система. Очевиден изход от това състояние е възможността за приложение на приблизителни (в смисъл на лоаклно точни, а не глобално) методи - първи (пряк) метод на Ляпунов, метода на припасването (Папалекси), метод на малкия параметър (Пуанкаре) и др. в основата на който стои оценка на режима по линеаризираните характеристики на нелинейните елементи. Допълнително съображение за избор на такъв подход е съществената нелинеиност на V-A характеристиките на вентилните елементи при запазване на еднозначността им. Такава група модели на вентилни елементи са широко разпостарнени в инженерната практика и могат да отразяват с различна степен на точност реалните физически процеси в силовитв полупроводникови прибори - от представата на вентилния елемент като идеален ключ до отчитане в различна степен на диспативност, ограничена скорост на нарастване на ток и напрежение, закъснения при включване и изключване и т.н. Общото във всички случаи от системна гледна точка е представата на вентилните елементи, а от там и на целия клас схеми като поинтервално линейни стационарни системи.

Преходът от един интервал на стационарност към друг се извършва или поради преход на ток или напрежение на вентил през нулата (V-A характеристиките са особени около началото на координатната система), или поради предизвикване на управляема комутация при наличие на управляващо въздействие и условия за осъществяването и (напр. положително $U_{ак}$ на тиристор). И в двата случая при периодични входни сигнали - захранващи източници и/или управляващо въздействие, в установен режим системата може да бъде представена като квази-стационарна за която е достатъчно да бъде намерена само една временна точка (гранично условие за сътветния момент от време), а останалата част от периода може да бъде получена от условието за квази-стационарност (периодичност на установения режим). Това условие при известни брой и продължителност на състянията на вентилите, позволява установения режим в такава система да бъде намерен директно, без проследяване на целия преходен процес, изискващо времето за анализ да бъде от порядъка на три пъти времеконстантата на най-бавно затихващата компонента от собствените процеси на системата. Приложението на такъв подход при единна координатна система за всички интервали на стационарност позволява системата (3) да бъде представена във вида (4), представляващ по същността си дискретен модел (една оценена точка за период) на произволна вентилна схема в установен режим. Този модел за конкретна схема с три, циклично повтарящи се интервали на стационарност $l=1,2,3$ например е както следва:

$$
(4)\quad \left|\begin{aligned}
&\mathbf{x}(\tau_1) = \Phi_1(t_1 - t_0) * x(t_0)\\
&\mathbf{x}(\tau_2) = \Phi_2(t_2 - t_1) * x(t_1) = \Phi_2(t_2 - t_1) * \Phi_1(t_1 - t_0) * x(t_0)\\
&\mathbf{x}(\tau_3) = \mathbf{x}(t_0 + T) = \Phi_3(t_3 - t_2) * x(t_2) = \Phi_3(t_3 - t_2) * \Phi_2(t_2 - t_1) * \Phi_1(t_1 - t_0) * x(t_0)
\end{aligned}\right.
$$

и общия запис, във вид на рекурентна връзка (диференчно уравнение) е:

$$(5)\quad \left|\mathbf{x}(k+1) = \Phi(T) * x(k)\right.,$$

а

$$\Phi,(T) = \Phi_3(t_3 - t_2) * \Phi_2(t_2 - t_1) * \Phi_1(t_1 - t_0)$$

Преходната матрица Ф(Т) има подобна на разширената матрица на състоянието структура - елементите от първия до n-тия ред показват как променливите на състоянието зависят от текущите начални условия и захранващите източници, а елементите от останалите редове формират самите източници и са предварително известни в произволен момент от време. Ако с индекс n означим първоначалните променливи на състоянието от (1), а с v допълнително въведените от разширяването на формата, то от (5) бихме могли да получим:

(6) $\mathbf{x}_n(k+1) = \Phi_{nn}(T) * \mathbf{x}_n(k) + \Phi_{nv}(T) * \mathbf{x}_v(k)$ и от условието за периодичност на установения режим $\mathbf{x}_n(k+1) = \mathbf{x}_n(k) = \mathbf{x}_0$ да намерим началните условия (7) $\mathbf{x}_0 = (1 - \Phi_{nn}) \backslash \Phi_{nv} * \mathbf{x}_v(0)$ в установен режим. В (7) 1 е единична матрица с раз-мер [n,n], а символа \ означава умножение отляво на обретна матрица. Оцен-ката (7) е точна глобално ако последователността и продължителността на състоянията на вентилите в схемата са постоянни по време на преходния процес, В противен случай (6) представлява малосигнален дискретен модел на вентилната схема и зависимостта (7) може да се използува за итеративна оценка на началните условия в установен режим. Модел от вида (5) е предложен в [1], но базиран върху стандартния запис на описание на динамична система (1) в пространството на променливите на състоянието и ляво (модифицирано) прео-бразувание на Лаплас. Предложеният алгоритъм е използуван в **Симулатор на силови електронни схеми** за ускоряване на процеса на анализ на вентилни схеми с предварително неизвестни диаграма и продължителност на състоянията на вентилите, а дискретния модел на системата (5) - за оценка на преходните и честотните характеристики на преобразувателната схема и синтез на управляващо устройство.

Приложението на модел от вида (5) е илюстрирано чрез проведения в посочената програмна среда анализ на транзисторен DC-DC преобразувател от понижаващ тип, без галванично разделен вход и изход, и Г-образни входен и изходен LC филтър. Използуваните при анализа схемни параметри са: $L_i=1mH$, $L_o=10mH$, $C_i=C_o=100\mu F$, $E_i=100V$, $f=1kHz$, $K_з=0.5$. Анализът е проведен за две стойности на товарното съпротивление $R=100\ \Omega$, осигуряващо режим на "прекъснат ток" в изходния дросел и $R=10\ \Omega$ (режим на "непрекъснат ток"). И в двата случая с илюстративна цел са подбрани схемни параметри осигуряващи силно колебателен и слабо затихващ преходен процес. На *fig.* 1 до 4 са проследени първите 50 периода от развитието на преходен процес предизвикан от включване на захранващото напрежение при независимо управление под-държащо фиксиран коефициент на запълване на управляващите импулси. На *fig.* 1 и 2 са представени тока и напрежението на изходния дросел и конден-затор в режим на непрекъснат ток, а на *fig.* 3 и 4 - същите величини при $R=100\ \Omega$. На фигурите с пунктирана линия са изобразени моментните стой-ности от развитието на преходния процес, от който с "о" са отбелязани моментите от време кратни на 1ms. Плътната начупена линия съединява точки получени от оценка на преходния процес по дискретния модел (5). И в двата случая моделът е локално точен за установен режим, а в режим на непрекъс-нат ток с фиксирана последователност и продължителност на състоянията на вентилите - и глобално изофункционален. Получените резултати позволяват да се генерализира съществеността на понятието "състояние на вентилите" и модел от вида (5).

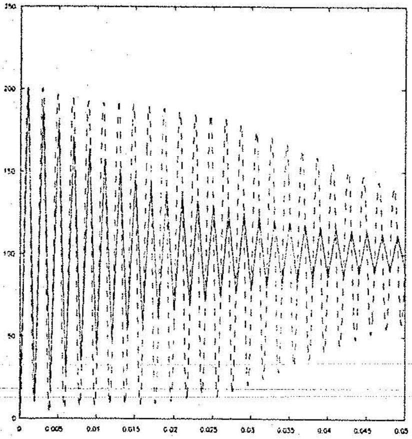

fig. 1

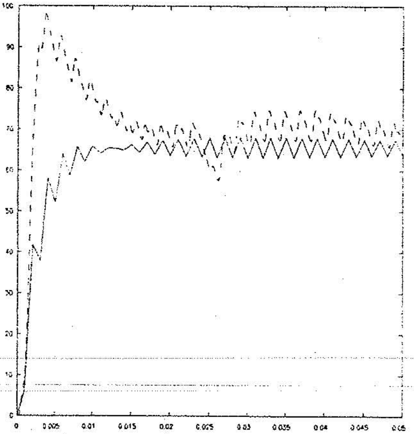

fig.2

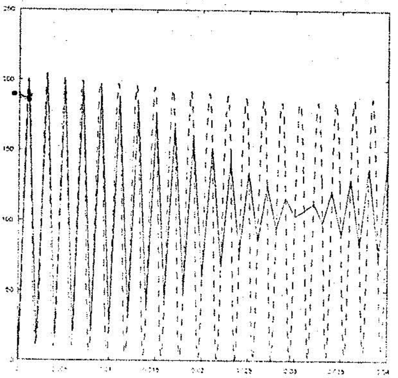

fig. 3

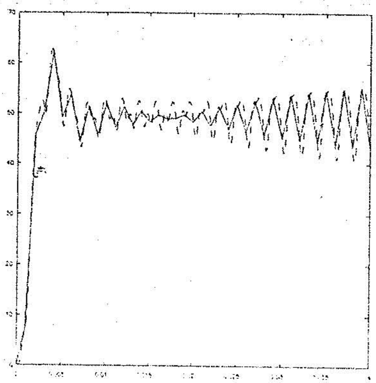

fig.4

Използвана литература:

1. Въведение в съвременната теория на автоматичното управление

I-ва част-анализ, Техника, София, 1982 г.

Маджаров. Н. Е.

2. Моделирование и машинный расчет электрических цепей

Москва, Высшая Школа, 1988 г.

Демирчян К. С., Бутырин П. А.