КРИТИЧЕН ИНТЕНЗИТЕТ И КРИТИЧНА РАЗГОДЕНОСТ КАЈ ФОТОРЕФРАКТИВНИОТ БИСТАБИЛЕН ЕТАЛОН

Проф. Д-р Томислав Ангелов Џеков

Електротехнички факултет, Универзитет "Кирил и Методиј"
Скопје, Република Македонија,

1994. година

Вовед

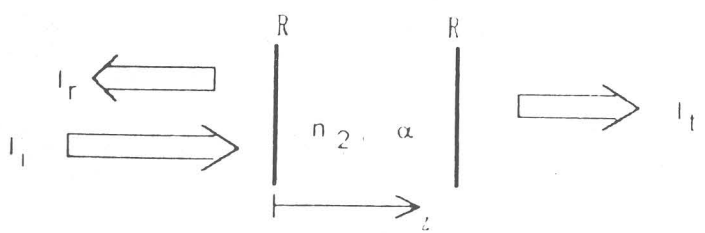
Оптичката бистабилност е еден од феномените врз кои, веројатно, ќе се засниваат идните електрооптички склопови и системи. Особено е интересна т.н. фоторефрактивна оптичка бистабилност, која се базира врз зависноста на индексот на рефракција од интензитетот на оптичкото зрачење ($n=n_0+n_2I$), што се јавува кај некои материјали (GaAs, InSb).

Овој труд претставува напор да се фрли дополнителна светлина врз појавата на фоторефрактивна бистабилност, преку специфичен пристап во изведувањето и презентирањето на основните релации и изрази за фоторефрактивниот еталон, претпоставувајќи медиум со линеарна апсорпција [1]. Посебен акцент е ставен врз критичниот интензитет, како особено значаен експлоатационен параметар.

Основни релации и изрази кај фоторефрактивниот еталон

Фоторефрактивниот еталон претставува всушност интерферометар на Фабри и Перо (Fabry, Perot), исполнет со фоторефрактивен медиум. Обично станува збор за полупроводничка плочка со нанесени диелектрични огледала врз планпаралелните страни [2].

Претпоставуваме дека моделот што е предмет на ова разгледување (Сл. 1) е во целост определен со параметри те: R - коефициент на рефлексија на огледалата, d – дебелина на еталонот (плочката), α - коефициент на апсорпција на медиумот, n_2 - коефициент на нелинеарна дифракција на медиумот.



Сл. 1. Модел на фоторефрактивниот интерферометар

Означувајќи го со I_i интензитетот на инцидентниот бран, а со I_t и I_r интензитетите на трансмитираниот и рефлектираниот бран, ќе можеме, согласно теоријата на линеарниот интерферометар, да напишеме

$$I_t = \frac{A_t}{1 + F\sin^2(\Delta\phi + \delta)} I_i \qquad (1)$$

$$I_r = I_i - \frac{k A_t}{1 + F\sin^2(\Delta\phi + \delta)} I_i \qquad (2)$$

каде што е:

$$F = \frac{4Re^{-\gamma d}}{(1-Re^{-\gamma d})^2} \qquad A_t = \frac{(1-R)^2 e^{-\gamma d}}{(1-Re^{-\gamma d})^2} \qquad (3)$$

$$k = \frac{1-Re^{-2\gamma d}}{(1-R)e^{-\gamma d}} - 1 \qquad (4)$$

и каде со δ е означен агол от разгоденоста на резонаторската празнина. Со аголот $\Delta\phi$, кој не се јавува кај линеарниот интерферометар, земен е предвид прирастот на фазната разлика меѓу две соседни рефлексии, до кој доаѓа поради зависноста на индексот на рефракција на медиумот од интензитетот на внатрешното зрачење. Имено, важи:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \Delta n(z) = \frac{2\pi d}{\lambda} n_2 \langle I_{int}(z) \rangle \qquad (5)$$

каде што $\langle \Delta n(z) \rangle$ е просечната вредност на прирастот на индексот на рефракција на медиумот, а $\langle I_{int}(z) \rangle$ е просечната вредност на интензитетот на зрачењето во резонаторската празнина[1].

Познато е дека интензитетот на трансмитираниот бран, I_t, е правопропорционален со $\langle I_{int}(z) \rangle$. Според тоа, согласно (6), може да се напише:

$$\Delta\phi = \frac{n_2}{|n_2|} \pi \frac{I_t}{I_{t0}} \qquad (6)$$

каде што I_{t0} е соодветна позитивна константа[2].

---

[1] Полето во резонаторската празнина претставува суперпозиција од два брана, од кои едниот се движи во насока на оската z, а другиот во обратната насока

[2] Знакот на $\Delta\phi$ ќе биде определен со знакот на коефициентот на нелинеарната рефракција n_2

Треба да се забележи дека константата I_{t0} има точно одредено физичко значење. Имено, согласно (6), таа е еднаква на онаа вредност на I_t при која $|\Delta\phi|$ прима вредност π, или, со други зборови, при која оптичката должина на резонаторот се променува за $\lambda/2$. Може да се покаже дека важи:

$$I_{t0} = \frac{(1-R)e^{-\alpha d}}{\beta\left(1+Re^{-\alpha d}\right)\left(1-e^{-\alpha d}\right)} \tag{7}$$

каде што е:

$$\beta = \frac{2|n_2|}{\lambda\alpha} \tag{8}$$

константа, определена со особините на фоторефрактивниот медиум.

Влезно-излезната крива на фоторефрактивниот еталон, за случајот кога како излез го користиме трансмитираниот бран, ја добиваме внесувајки го (6) во (1). Ако при тоа извршиме нормализација на влезот и излезот со I_{t0} т.е. ако влезот и излезот ги претставиме со варијаблите $X=I_i / I_{t0}$ и $Y=I_t / I_{t0}$ ќе имаме:

$$Y = \frac{A_t X}{1 + F\sin^2\left(\frac{n_2}{|n_2|}\pi Y + \delta\right)} \tag{9}$$

Согласно (1) и (2) е $I_r = I_i - k\, I_t$, па нормализираната влезно излезна крива за случајот кога како излез го користиме рефлектираниот бран, т.е., $W=W(X)$, ќе биде опишана со изразот:

$$W = X - k\,Y(X) \tag{10}$$

каде што зависноста $Y(X)$ е дадена со (9).

Согласно (9), трансмисијата на резонаторската празнина може да се прикаже како функција од Y, т.е. важи изразот

$$T_c = \frac{Y}{X} = \frac{A_t}{1 + F\sin^2\left(\frac{n_2}{|n_2|}\pi Y + \delta\right)} \tag{11}$$

На сликата 2 е дадена графичка презентација на изразот (9)[3]. $T_{cmax} = A_t$ и $T_{cmin} = A_t/(F+1)$ се најголемата и најмалата вредност на трансмисивноста на резонаторската празнина. Како што се гледа, се работи за елемент со повеќе бистабилни подрачја. Секое бистабилно подрачје е резултат на последователната промена на оптичката должина на резонаторската празнина за $\lambda/2$. Со $X_{(on)1}$ е означена нормализираната вредност на прагот на вклучување на 1- тото бистабилно подрачје. Треба да се забележи дека при повисоки влезни нивоа е присутна појавата на мултистабилност.

На сликата (3) е дадена графичка презентација на изразот (10). $R_{cmax} = 1 - kT_{cmin}$ и $R_{cmin} = 1 - kT_{cmax}$ се најголемата, односно најмалата вредност на рефлексивноста на резонантната празнина.

Критичен интензитет и критична разгоденост

Од практична гледна точка, најзначајно бистабилно подрачје е првото, бидејќи соодветниот праг на вклучување, т.е., $X_{(on)1}$, е помал отколку праговите на вклучување на повисоките бистабилни подрачја. Не е тешко да се заклучи (на пр., гледајќи го X во изразот (9) како експлицитна функција од Y) дека $X_{(on)1}$ зависи од аголот на разгоденоста δ. Така, ако наместо $\delta=2$, како на сликата 2 а[4], земевме $\delta=\pi$, соодветната вредност за $X_{(on)1}$ ќе беше речиси за три пати поголема. Според тоа, може да се антиципира дека секој фоторефрактивен бистабилен еталон се карактеризира со одредена критична вредност на аголот на разгоденост δ_{cr}, при која $X_{(on)1}$ ја прима својата минимална вредност, X_{cr}, позната како (нормализиран) критичен интензитет[5]. Критичниот интензитет може значи да се дефинира како она влезно ниво под кое не може да дојде до скоковита промена на излезот - без разлика на вредноста на аголот на разгоденост. На сликата 2 б е прикажан обликот што го прима влезно-излезната крива (при трансмисија) во случајот кога е исполнет условот $\delta = \delta_{cr}$. До соодветни изрази за критичниот интензитет и критичната разгоденост дошол D. Miller [1]. Истовата постапка се базира, во основа, на барањето во $I_t - \Delta\phi$ координатниот систем, за $I_t = I_{tcr}$ и $\delta = \delta_{cr}$, правата (6) да биде тангента на кривата (1) во една од нејзините превојни точки. Подолу ќе бидат презентирани две други постапки за добивање на критичниот интензитет и критичната разгоденост на фоторефрактивниот интерферометар.

Определување на критичниот интензитет и критичната разгоденост преку X(Y)

Не е тешко да се констатира, набљудувајќи ја влезно-излезната трансмисиона крива, дека точката (X_{cr}, Y_{cr}) во која поминува праговната точка $(X_{(on)1}, Y_{(on)1})$ за $\delta=\delta_{cr}$, претставува всушност точка на инфлексија со неограничен dY/dX. Според тоа, Y_{cr} и δ_{cr} ќе бидат решение на системот равенки:

---

[3]Излезот Y навистина не е експлицитна функција од влезот X но затоа X е експлицитна функција од Y, така што добивањето на графичкиот приказ на оваа зависност е едноставна задача

[4]Во практиката, аголот δ може лесно да се менува со движење на интерферометарот - планпаралелната плочка - напречно на ласерскиот зрак, бидејќи паралелноста на страните на плочката не е идеална

[5]Стварниот критичен интензитет е даден со изразот $I_{icr} = X_{cr} I_{i0}$!

$$\frac{dX}{dY} = 0 \quad ; \qquad \frac{d^2X}{dY^2} = 0 \tag{12}$$

каде X(Y) е дадено со (9). Комбинирајќи го ова решение со релацијата (9), го наоѓаме и изразот за X_{cr}. Добиваме:

$$Y_{cr} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi}\left\{\frac{(F+2)^2+(F+2)\sqrt{(F+2)^2+8F^2}}{4F^2}-1\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{13}$$

$$\delta_{cr} = N\pi - \frac{n_2}{|n_2|}\pi Y_{cr} - \frac{1}{2}\,\mathrm{arctg}\left\{\frac{n_2}{|n_2|}\pi Y_{cr}\right\} \tag{14}$$

$$X_{cr} = \frac{\pi^2(F+2)Y_{cr}^3}{A_t\left(1+2\pi^2 Y_{cr}^2\right)} \tag{15}$$

каде што N е цел број, кој е погодно да се избере така што δ_{cr} да се наоѓа во интервалот од 0 до π.

Лесно се покажува дека Y_{cr} е монотона опаѓачка функција од F и дека е $Y_{cr}(F) \div 1/\pi F$ за $F \ll 1$ и $Y_{cr}(F) \div 2/\sqrt{3}\pi F^{1/2}$ за $F \gg 1$.

Определување на критичниот интензитет и критичната разгоденост преку $T_c(Y)$

Разгледувајќи го обликот на трансмисионата влезно излезна крива за $\delta - \delta_{cr}$, презентирана на сликата 2 б, заклучуваме дека во точката (X_{cr}, Y_{cr}) е нужно задоволено равенството:

$$\frac{dT_c}{dY} = \frac{1}{X} \tag{18}$$

Но, оваа релација важи и во сите екстремни точки на разгледуваната крива (се мисли на максимумите и минимумите на инверзната крива $X = X(Y)$), па како таква претставува недоволно ограничување за да може да се дојде до бараните координати. Потребен е мегутоа само мал напор за да се констатира дека сепак постои разлика во однесувањето на дериватите dT_c/dY во точката (X_{cr}, Y_{cr}) и во екстремните точки. Во точката (X_{cr}, Y_{cr}), таа има максимум, додека во останатите точки се карактеризира со наклон различен од нула. Значи, како второ барање за определување на изразите за X_{cr}, Y_{cr} и δ_{cr}, би можело да се постави условот

$$\frac{d^2 T_c}{dY^2} = 0 \tag{17}$$

Применувајки ги релациите (16) и (17) врз зависноста $T_c(Y)$, дадена со (11), доаѓаме, по истиот редослед по кој се презентирани, до изразите:

$$X_{cr} = \frac{\sqrt{2}}{16\pi} \frac{G^2(F)}{A_t H(F)} \tag{18}$$

$$Y_{cr} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi} \frac{G(F)}{H(F)} \tag{19}$$

$$\delta_{cr} = N\pi - \frac{n_2}{|n_2|}\pi Y - \arcsin\left\{\frac{n_2}{|n_2|}\left[\frac{3F+2-\sqrt{(F+2)^2+8F^2}}{4}\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \tag{20}$$

каде што G(F) и H(F) се монотони функции од F, дефинирани како во [1], т.е.:

$$G(F) = 3(F+2) - \sqrt{(F+2)^2 + 8F^2} \tag{21}$$

$$H(F) = \left[(F+2)\sqrt{(F+2)^2+8F^2} - (F+2)^2 - 2F^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{22}$$

Лесно се покажува дека важи: G(F)=4 за F=0 и G(F)=16/3 за $F \to \infty$, односно H(F)= $\sqrt{2}F$ за F<<1 и $H(F)=2\sqrt{2}F^{1/2}/\sqrt{3}$ за F>>1.

Наместо заклучок

Предложена е своевидна нормализација на влезно-излезните нивоа на фоторефрактивниот бистабилен еталон, во која како единечен интензитет е земено она ниво на трансмитираниот бран при кое оптичката должина на интерферометарот се променува за $\lambda/2$. Со извршената нормализација, влезно-излезните криви на фоторефрактивниот еталон се расчленети, всушност, на два дела: квалитативен дел - изрази (9), односно (10) и квантитативен дел - израз (7). Ваквиот начин на нивното претставување се покажува како многу ефикасен, особено во случаите кога се изведуваат анализи за кои од значење е само обликот на карактеристиката, а не и фактичките вредности на влезните и излезните нивоа.

Разгледани се две различни постапки за определување на критичниот интензитет и критичната разгоденост. Постапките доведуваат до резултати кои по обликот значително се разликуваат, иако во суштина се, се разбира, идентични. Не е тешко, на пр., да се покаже дека ако во изразот (18) се внесат изразите (21) и (22) се добива изразот (13). Идентичноста на изразот (20) со (14) се утврдува поаѓајќи од идентитетот $2\arcsin(\alpha)=\mathrm{arctg}[2\alpha(1-\alpha^2)^{1/2}/(1-2\alpha^2)]$.

Резултатите добиени според втората постапка, т.е., (18) до (22), се практично идентични по обликот со оние во референцата [1], со тоа што тие се поопшти (n_2 може да биде и негативен - што во практиката е најчесто случај) и што наместо израз за $(\Delta\phi)_{cr}$, е даден израз за Y_{cr}.

Интересно е да се забележи дека не само што е δ_{cr} функција само од F, како што е констатирано во [1], туку, согласно (14), може да се прикаже и како функција само од Y_{cr}.

Согласно (7) и (15) или (7) и (18), комплетниот израз за критичниот интензитет I_{icr} може да се напише во обликот:

$$I_{icr} = X_{cr} = \frac{1}{\beta\mu} \tag{23}$$

каде што е:

$$\mu = \frac{(1-R)\left(1-e^{-\alpha d}\right)\left(1+Re^{-\alpha d}\right)}{\left(1-Re^{-\alpha d}\right)^2} L(F) \tag{24}$$

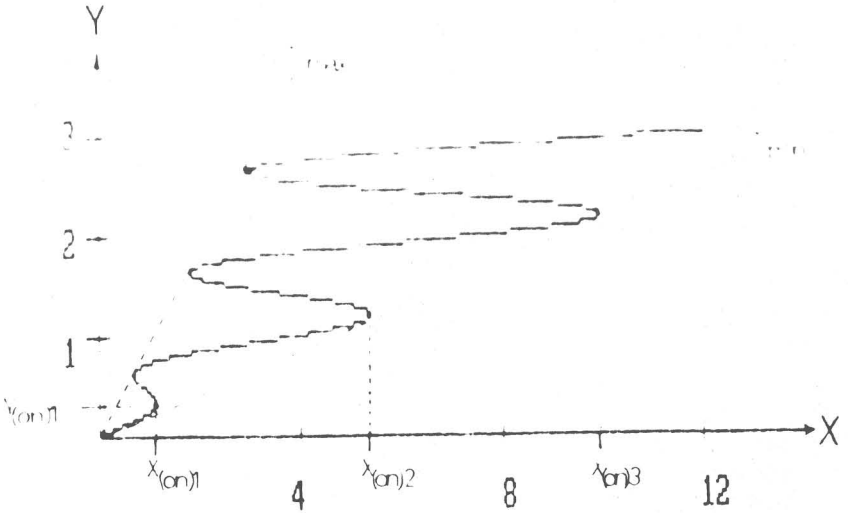
и каде L(F) е функција од F, дадена со изразот:

$$L(F) \equiv \frac{1+2\pi^2 Y_{cr}^2}{\pi^2(F+2)Y_{cr}^3} \equiv \frac{16\pi}{\sqrt{2}} \frac{H(F)}{G^2(F)} \tag{25}$$

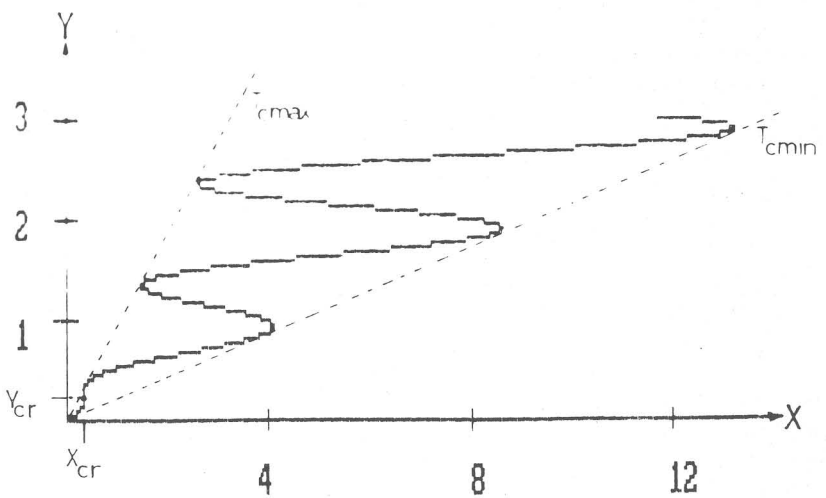
ЛИТЕРАТУРА

[1] D. A. B. Miller, "Refractive Fabry-Perot bistability with linear absorption: Theory of operation and cavity optimization", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, , no. 3, pp. 306-311, 1981.

[2] D. A. B. Miller, S. D. Smith and C. T. Seaton, "Optical bistability in semiconductors", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, , no. 3, pp. 312-317, 1981.

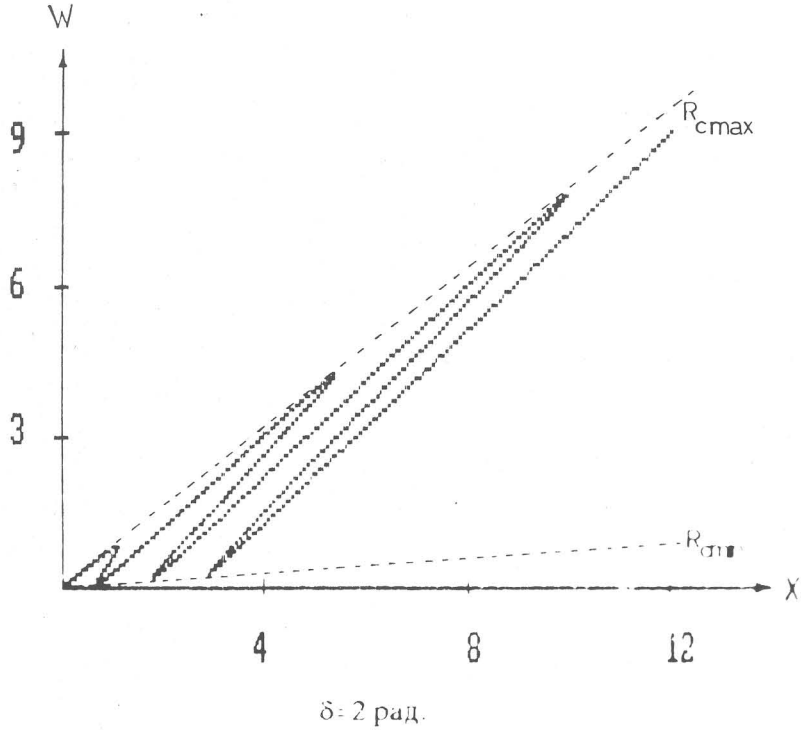


(а) δ=2 rad.



(б) $\delta=\delta_{cr}=1.043$ rad.

Сл. 2. Влезно излезна крива (при трансмисија) на фоторефрактивниот интерферометар за две различни вредности на аголот на разгоденост на резонаторската празнина ($R=0.36$, $\alpha=0.9$ cm^{-1}, $d=0.056$ cm, $n_2=-0.00006$, $\lambda=0.00053$ cm)



Сл. 3. Влезно излезна крива (при рефлексија) на фоторефрактивниот интерферометар ($R=0.36$, $\alpha=0.9\ cm^{-1}$, $d=0.056$ cm, $n_2=-0.00006$, $\lambda=0.00053$ cm)