

# ДИМЕНСИОНАЛЕН АНАЛИЗ НА ЕЛЕКТРОДИНАМИЧНИ СИСТЕМИ

Р. Георгиев  
ВМЕИ - Варна

Съвременните системи за пренасяне на информация, поради големия обем и разнообразие на техническото оборудване, участието на средата на разпространение и зависимостта на информационния поток от източниците на информация, се отнасят към класа на сложните системи, чиито анализ в редица случаи, особено, когато други методи не са разработени, успешно може да се извърши посредством анализа на размерностите на описващите ги величини и параметри. За целта, обаче, най-често се налага използването на разширен брой основни размерности, тъй като, обикновено, получените разпространение в практиката мерни системи не дават възможност за определяне на зависимости с характерния за електродинамичните процеси по-голям брой величини и, освен това, не осигуряват разграничаването на редица разнородни по своята същинност величини. Критерий за достатъчност в това отношение е, очевидно, приеманата система от основни размерности да бъде допълнена и така диференцирана, че да осигуриява еднозначно и обратимо съответствие между всяка участваща величина и нейната формула на размерност. Същевременно, практическото използване на метода на размерностите изисква възможност за лесно "свиване" и "разширяване" на броя на основните размерности в процеса на изследване на даден проблем, а наличието на множество векторни величини в разглежданите системи и явления налага и пространственото ориентиране на основните дименции.

Приложимостта на дименсионалния метод се улеснява, когато използваната система от основни размерности съответствува на изходните за дадена задача величини. Ето защо има смисъл, например, при магнитни източници на полето да се работи в електромагнитната дименсионална система, където в качеството на една от основните размерности е приемата магнитната проницаемост [2], а в други случаи е по-подходяща електростатичната [3] дименсионална система с основна размерност диелектричната проницаемост на средата.

Тук се предлага дименсионална система с основни размерности, диференциирани по осите на ясноориентирана ортогонална координатна система, където в качеството на независима електрическа величина е избран

електрическият ток, т.е. тази система е разширен аналог на MKSA (или SI). Очевидно, използването на такава система е подходящо в случаите, когато определящи процеса са електрическите токове.

При разработването на системата, основният вариант на която съдържа шест независими дименсии, са избрани: три размерности за дължина  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , ориентирани по съответните координатни оси, размерност на масата  $M$ , ориентирана в направление на силовото взаимодействие, и размерност на електрически ток  $A$ , ориентирана по третата координата. Размерността на времето, приемто за абсолютно, е  $T$ .

Таблица 1.

| • Физична величина:        | Размерност: |       |       |     |     |     |
|----------------------------|-------------|-------|-------|-----|-----|-----|
|                            | $L_1$       | $L_2$ | $L_3$ | $M$ | $A$ | $T$ |
| 1. Електрически ток        | 0           | 0     | 0     | 0   | 1   | 0   |
| 2. Плътност на тока        | -1          | -1    | 0     | 0   | 1   | 0   |
| 3. Магнитен интензитет     | 0           | -1    | 0     | 0   | 1   | 0   |
| 4. Електричен заряд        | 0           | 0     | 0     | 0   | 1   | 1   |
| 5. Електрична индукция     | -1          | -1    | 0     | 0   | 1   | 1   |
| 6. Обемна плътност ел.зар. | -1          | -1    | -1    | 0   | 1   | 1   |
| 7. Електричен интензитет   | 0           | 0     | 1     | 1   | -1  | -3  |
| 8. Диелектрична прониц.    | -1          | -1    | -1    | -1  | 2   | 4   |
| 9. Ел. напрежение          | 0           | 0     | 2     | 1   | -1  | -3  |
| 10. Мощност                | 0           | 0     | 2     | 1   | 0   | -3  |
| 11. Капацитет              | 0           | 0     | -2    | -1  | 2   | 4   |
| 12. Специфична проводимост | -1          | -1    | -1    | -1  | 2   | 3   |
| 13. Вектор на Пойнтинг     | 0           | -1    | 1     | 1   | 0   | -3  |
| 14. Съпротивление          | 0           | 0     | 2     | 1   | -2  | -3  |
| 15. Вълново съпротивление  | 0           | 1     | 1     | 1   | -2  | -3  |
| 16. Магнитна проницаемост  | -1          | 1     | 1     | 1   | -2  | -3  |
| 17. Магнитен поток         | 0           | 0     | 2     | 1   | -1  | -2  |
| 18. Магнитна индукция      | -1          | 0     | 1     | 1   | -1  | -2  |
| 19. Вълнови вектор         | -1          | 0     | 0     | 0   | 0   | 0   |
| 20. Индуктивност           | 0           | 0     | 2     | 1   | -2  | -2  |

За получаване на дименсиите на останалите електродинамични величини са използвани основните закони на електромагнетизма. Ключови моменти в това отношение са определянето на дименсиите на електрическия интензитет  $E$ , на магнитната проницаемост и пр. Така например, дименсията

на интензитета (напрежнатостта) Е се определя след тази на електрическия заряд чрез основоположното съотношение за силовото взаимодействие:

$$E = \frac{F}{Q}$$

След определяне дименсиите на напрежнатостите Е и Н става възможно определянето на вълновото съпротивление  $Z_W$ , откъдето може да се намери дименсията на магнитната проницаемост чрез съотношението:

$$\mu = Z_W^2 \epsilon$$

Общо взето, при избраната ориентация на тока А, електрическите величини получават ориентирани дименции по координата 3, а магнитните - по координата 2. (Това, разбира се, не трябва да се схваща като формално правило, а изисква уточнение в конкретната задача, за което свидетелствува гаденият по-долу пример 2.) Това обуславя вектор на Пойнтинг по координатата 1, по която, също, са размерностите на вълновото число k, на дължината на вълната и др.

Размерностите на най-употребяваните електродинамични величини, получени по описани начин, са дадени в таблица 1, която може да бъде допълвана както с други производни величини, така и, при необходимост, с въвеждане на допълнителни основни размерности. Така например, включването на основна размерност на температурата дава възможност за разглеждането на топлинни процеси и за анализиране на шумовите характеристики на каналите за връзка.

За разлика от общоприетите системи с нециференциирани в пространството размерности, предлаганата дименционална таблица позволява определянето на зависимости, включващи до шест различни величини. Освен това, тя позволява разграничаването на такива различни по своята същност величини като вълново съпротивление и съпротивление (омично, характеристично и пр.), които се оказват с различни дименции, докато същите величини, например, в SI имат еднаква мерна единица - ом. Пространствено ориентираните основни дименции позволяват, също така, получаването на някои безразмерни функционални множители, например, диаграми на насоченост на антени и др.[2, 3]. Следващите гъвкави примера илюстрират някои от посочените възможности на метода:

Пример 1. Да се определи пределно допустимата мощност на основния тип вълна в правоъгълен вълновод с размери на напречното сечение a x b.

Ориентирајки страните  $a$  и  $b$  на напречното сечение на вълновода, съответно, по осите 2 и 3 на правоъгълна координатна система с ос 1 по дължината на вълновода и предполагайки, че въпросната мощност е функция на електрическата напрежност  $E$ , на размерите на напречното сечение и на вълновото съпротивление за посочения тип вълна, с помощта на дименсионалната таблица се съставя уравнението на размерностите:

$$(L_3)^2 MT^{-3} = (L_2)^a \cdot (L_3)^b \cdot (L_3 MA^{-1} T^{-3})^c \cdot (L_2 L_3 MA^{-2} T^{-3})^d$$

След изравняване на степенните показатели на еднаквите дименции от двете страни на равенството и решаване на получената система уравнения се определят неизвестните коефициенти:

$$a = 1; b = 1; c = 2; d = -1.$$

С преминаване от ефективна към максимална стойност на интензитета  $E$  и имайки предвид вълновото съпротивление за гадената вълна  $H_{10}$ , което може да се определи чрез същи метод [2], окончателно се получава

$$P_{\text{пред.}} = 1/4 ab (E_{\text{пред.}})^2 / Z_w [1 - (l/2a)]^{1/2}$$

Пример 2. Да се определи напрежността на електрическото поле в коаксиална линия с напрежение  $U$ .

Предполагайки, че въпросният интензитет зависи от напрежението  $U$ , от вълновото съпротивление  $Z_w$ , от характеристичното съпротивление  $Z_c$  и от дължината на силовата линия  $2pr$ , за коаксиална линия, разположена по оста 3 на цилиндрична координатна система уравнението на размерностите е:

$$L_1 MA^{-1} T^{-3} = ((L_1)^2 MA^{-1} T^{-3})^a (L_1 L_2 MA^{-2} T^{-3})^b ((L_1)^2 MA^{-2} T^{-3})^c (L_2)^d$$

с решения

$$a = 1; b = 1; c = -1; d = -1$$

т.е. търсеният интензитет е

$$E_f = U/(2pr) Z_w / Z_c$$

Използването на персонален компютър улеснява още повече приложението на метода на размерностите. При това, от въвведенния изходен масив, формиран от коефициентите на разширената дименсионална таблица, веднага се получава желаното "свищане" на броя основни размерности до необходимия за намирането на определен брои участвующи величини, а изследването на даден проблем се свежда до задаване на номерата на предполагаемите величини до получаване на отговор.

**Литература:**

1. Седов Л., Методы подобия и размерности в механике, М., 1977.
2. Георгиев Р., Електростатичната дименсионална система в ортогонални координати, Науч. сесия на ВМЕИ-Варна, Сб.докл. т.3, 1978.
3. Георгиев Р. Електромагнитната дименсионална система в ортогонални координати, Науч. сесия на ВНВМУ - Варна, 1994.