

ОТНОСНО ИЗБОРА НА КРАЙНИ ЕЛЕМЕНТИ ПРИ ДВУМЕРЕН ЧИСЛЕН АНАЛИЗ НА ИНДУКЦИОННИ НАГРЕВАТЕЛИ¹

ст.н.с. ктн Павел Минчев, ст.н.с. ктн Марин Димитров
Институт по металознание - БАН

В настоящата работа е разгледано числено моделиране по метода на крайните елементи на двумерни електромагнитни системи с приложение в индукционното нагряване и с отчитане на вихровите токове в индуктора. Характерно за този случай е, че във всеки от елементите, на които е разделен индукторът, токовете се определят като сума от близки по абсолютна стойност величини с противоположни знаци. От една страна това са възбуждащите токове, а от друга страна - вихровите токове. Особено големи затруднения възникват при високочестотни нагреватели, захранвани от лампови или транзисторни преобразуватели, където абсолютните стойности на сумите могат да бъдат с няколко порядъка по-малки от тези на събираемите. Правилният избор на крайни елементи при моделирането на подобни системи е от съществено значение за точността на изчисленията.

ФОРМУИРАНЕ НА ПРОБЛЕМА

За ососиметрична електромагнитна система може да се напише следното уравнение за комплексния векторен магнитен потенциал A [1]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial (r A)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial z} \right] = - \frac{U \gamma}{2 \pi r} + j \omega \gamma A, \quad (1)$$

където U е комплексна величина, която представя напрежението за една навивка, μ е магнитната проницаемост, γ е електрическата проводимост, r и z са цилиндричните координати и $\omega = 2\pi f$, където f е честотата.

Численото интегриране се извършва в област, ограничена от затворена линия S . Прилагат се граничните условия

$$A = 0, \quad \partial A / \partial n = 0, \quad (2)$$

където n е нормала към линията S .

Магнитният векторен потенциал A е представен като линейна комбинация от интерполационните полиноми N , [2,3]:

¹ Разработката е частично финансирана от Националния фонд "Научни изследвания"

$$A^e = \sum_j N_j A_j, \quad (3)$$

където е и j са съответно номерът на елемента и локалният номер на възела. Индексът j се изменя в границите от 1 до 3 или от 1 до 4. Определянето на полиномите N и техните производни по r и z за триъгълни и четириъгълни елементи е разгледано например в [2] и [3].

С помощта на метода на Galerkin и като се вземат пред вид (2) и (3), (1) се преобразува в линейна система уравнения с постоянни коефициенти от вида:

$$[K] \cdot \{A\} = \{W\}. \quad (4)$$

Тук $[K]$ е матрица на коефициентите, $\{A\}$ е векторът на неизвестните възлови значения на потенциала, а $\{W\}$ е векторът на свободните членове.

АЛГОРИТЪМ ЗА ЧИСЛЕНО МОДЕЛИРАНЕ

Използва се итерационна изчислителна схема. Всяка итерация включва изчисляване на $[K]$ и $\{W\}$, както и определяне на възловите стойности на A . Токовете I_l в навивките на индуктора се определят като

$$I_l = U_l \int_S (\gamma / 2 \pi r) dS - \int_S j \omega \gamma A dS. \quad (5)$$

Тук U_l е напрежението на l -тата навивка, а S е площта на напречното сечение на навивката. Напреженията U_l се коригират с оглед изравняване на изчислените стойности на I_l , а при наличие на елементи с нелинейни магнитни свойства се коригират и текущите значения на μ [4].

ЧИСЛЕНИ РЕЗУЛТАТИ

На основата на алгоритъма са съставени две компютърни програми, в първата от които се използват триъгълни крайни елементи, а във втората - четириъгълни.

Изследван е модел на индукционен нагревател, представен на фиг. 1. Индукторът и нагревателният детайл са изготвени от мед - немагнитен материал със специфична електропроводимост $\gamma = 5,8 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}$. Честота е $f = 1$ MHz.

Резултатите от моделирането показват, че не може да се постигне сходимост без да се направи опростяване на изчислителната схема, а именно: когато дебелината на тръбата на индуктора превишава

еквивалентната дълбочина на проникване Δ , за сечение на навивката се приема само един повърхностен слой с ширина $1,3\Delta$. Останалата част от реалното сечение се разглежда като непроводяща среда.

Областта на интегриране включва половината от електромагнитната система, тъй като съществува равнина на симетрия. Зададено е напрежение на индуктора $U_c=2V$ или само за изследваната област $U_c=1V$. На фиг.2 е показано част от изчислителното сечение на една навивка, разделено на четириъълни крайни елементи. Триъълните елементи се получават като се прекара по-късият диагонал през всеки четириъглен елемент. Сечението е разделено посредством 4 коаксиални начупени линии и 12 радиални линии. Изследвани са няколко варианта, първият от които е показан на фигурата, а следващите се получават чрез увеличаване броя на линиите.

За всеки вариант се определят следните данни:

- привидна мощност по формулата

$$S=U_c \cdot I^* = P + jQ,$$

където I^* е спрегнатото значение на тока в индуктора, а P и Q са активната и реактивна мощности,

- сумата от активните мощности P_i във всички електропроводящи крайни елементи.

Критерий за постигнатата точност е относителната разлика между значенията на P и $\sum P_i$.

В таблица 1 са приведени основните характеристики на различ -

Таблица 1

ВАРИАНТ No	1	2	3	4
m_c	4	5	5	6
m_r	12	12	40	48
n_s	48	60	200	288
n_a	310	334	729	1535
ТРИЪЪЛНИ ЕЛЕМЕНТИ				
P, W	0.0445	0.0454	0.0368	0.0129
$\sum P_i, W$	0.0175	0.0173	0.0162	0.0177
Q, VA	0.978	0.961	0.932	1.0
$ P - \sum P_i / \sum P_i$	1.57	1.62	1.27	0.271
ЧЕТИРИЪЪЛНИ ЕЛЕМЕНТИ				
P, W	0.0113	0.015	-	-
$\sum P_i, W$	0.0144	0.0144	-	-
Q, VA	0.873	0.878	-	-
$ P - \sum P_i / \sum P_i$	0.215	0.0417	-	-

ните варианти: брой на коаксиалните и радиални линии, разделящи сечението на една навивка, означени съответно с m_c и m_r ; брой на възлите в изчислителното сечение n_s , общ брой на възлите в областта на интегриране n_d . Приведени са също така резултатите от изчислението.

От таблицата се вижда, че съпоставими значения на показателя $|P - \sum P_i| / \sum P_i$ са получени при вариант No1 и използване на четириъгълни елементи и вариант No4 при използване на триъгълни елементи. Общият брой на възлите в първия случай е 310, а във втория - 1535.

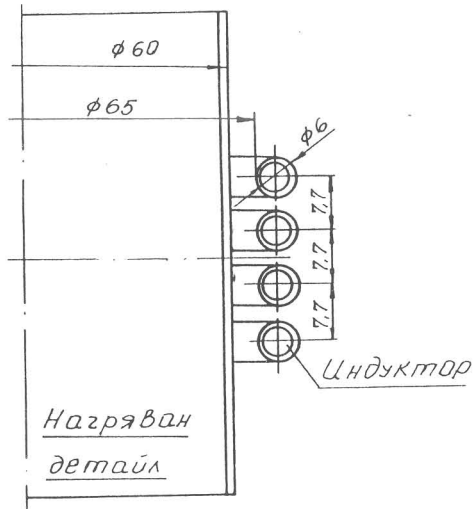
Активното и индуктивно съпротивления на системата, изчислени въз основа на моделирането по вариант No2 с използване на четириъгълни елементи, са сравнени с експериментално получени резултати. Разликите не превишават 8% от стойностите на съответните параметри. Броят на възлите за този вариант е само 334 и не са изчерпани възможностите за повишаване на точността.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

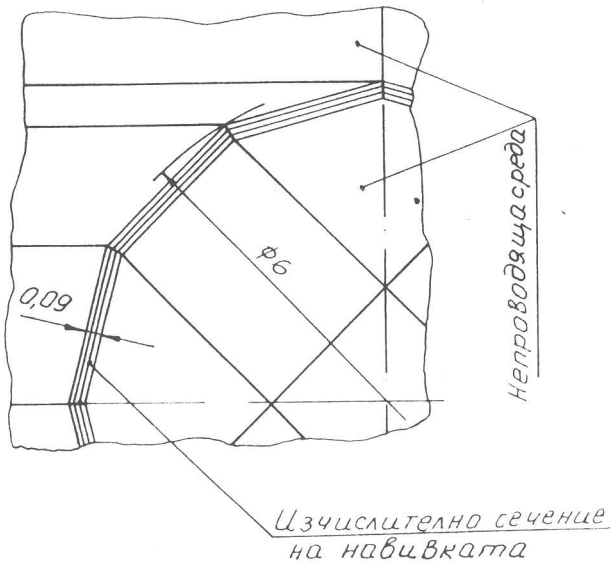
Проведеното изследване показва съществени предимства на алгоритъм и програма за числено моделиране на индукционни нагреватели по метода на крайните елементи с използване на четириъгълни елементи. Получените резултати са достатъчно основание за отказване от прилагането на триъгълни елементи в случаите, когато се отчитат вихровите токове в индуктора, а честотата е в мегахерцовия обхват.

ЛИТЕРАТУРА

- 1.Preis,K.,H.Stogner,K.Richter.Calculation of eddy current losses in air coils by finite element method. IEEE Trans. on magn. Vol. Magn. - 18, N6, November 1982.
- 2.Порри,Д., Ж. де Фриз. Введение в метод конечных элементов. Москва, Мир, 1981.
- 3.Zienkiewicz,O.C. Methode der finite Elemente. Leipzig, VEB Fachbuchverlag, 1984.
- 4.Минчев,П., М.Димитров. Числено моделиране на ососиметрични индукционни нагреватели и гресели с отчитане на вихровите токове във възбуждащите проводници. Доклад на XXVIII научна сесия "Комуникационни, електронни и компютърни системи", секция "Силови електронни устройства", ТУ-София, 21 май 1993 г.



Фиг. 1



Фиг. 2