

# АНАЛИЗА НА ПОСТАПКИТЕ ЗА ОПРЕДЕЛУВАЊЕ ЈАЧИНА НА ЕКСПОЗИЦИЈА НА ЈОНИЗИРАЧКО ЗРАЧЕЊЕ ВО РЕАЛНО ВРЕМЕ

Цветан В. Гавровски, Љубомир Г. Стрезов

Електротехнички факултет, Универзитет "Св. Кирил и Методиј",  
п. фак. 574, 91000 Скопје, Македонија

**Апстракт:** Прикажани се резултатите за јачината на експозиција од извори на јонизирачко зрачење што се добиени кога се користат две постапки за обработка на импулсите од детекторот; дигитална обработка со филтри со конечен импулсен одзив (FIR) и автокорелациона постапка. За да се олесни реализацијата филтрите се со едноставен импулсен одзив.

## PROCEDURE ANALYSIS FOR DETERMINATION OF EXPOSURE DOSE OF IONIZING RADIATION IN REAL TIME

Cvetan V. Gavrovski, Ljubomir G. Strezov

Department of Electrical Engineering, The Ss. Cyril and Methodius University,  
P.O.B. 574, 91000 Skopje, Macedonia

**Abstract:** Exposure dose measurements' results from sources of ionizing radiation are shown. The results are obtained with two different operational procedures for processing of detector pulses: a digital signal processing (DSP) procedure using FIR filters and an autocorrelation procedure. In order to simplify the implementation, filters with simple impulse response are used.

### 1. ВОВЕД

За прикажување на јачината на експозиција од извори на јонизирачко зрачење во реално време постојат повеќе реазлични пристапи. Најчесто во практиката се користат адаптивните методи кои се темелат врз својството на стационарност на бројот на импулси во единица време.

Во овој труд се прикажани резултатите од симулацијата што се добиени кога се користат два пристапа што се различни од спомнатиот. Првиот се темели врз дигитално филтрирање на примероците со соодветно одбрани филтри со конечен импулсен одзив (FIR). Вториот е со користење на корелациона анализа на блок примероци.

Во наредното поглавје во куси црти, претставени се теоретските основи на симулацијата. Во третото поглавје извршена е анализа на резултатите од симулацијата, а во завршното поглавје даден е приказ на добиените резултати.

## 2. ТЕОРЕТСКА ОСНОВА НА СИМУЛАЦИЈАТА

Познато е дека адаптивните методи во основа се темелат врз една од двете можности. Првата е да се регистрира бројот на импулси  $X_i$  што се добива на излезот од трансдукторот (детекторот) во еднакви интервали на време  $\Delta T$ . На тој начин се добива моментната густина на импулси

$$n_i = \frac{X_i}{\Delta T} \quad (1)$$

а средната вредност на импулсите по  $k$  интервали на мерењето ќе биде

$$n_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k n_i = \frac{1}{k \Delta T} \sum_{i=1}^k X_i \quad (2)$$

Втората можност е да се определи времето  $\Delta T_i$  кое е потребно да се достигне едно исто, однапред дефинирано, количество на импулси  $X$ . Во тој случај моментната густина на импулси ќе биде:

$$n_i = \frac{X}{\Delta T_i} \quad (3)$$

а средната вредност по  $k$  извршени мерења е:

$$n_k = \frac{kX}{\sum_{i=1}^k \Delta T_i} \quad (4)$$

За да се воспостави врска на претходните релации со дигиталното филтрирање се поаѓа од релацијата во која линеарниот филтер од низа на влезни примероци  $x_k$  произведува низа од излезни примероци  $y_k$  според релацијата [1]:

$$y_n = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x_{n-k} - \sum_{k=1}^N a_k \cdot y_{n-k} \quad (5)$$

Во овој израз  $(M+1)$ -те коефициенти  $b_k$  и  $N$ -те коефициенти  $a_k$  се фиксирани и го дефинираат импулсниот одзив на филтерот. Филтерот дефиниран со изразот (5) произведува нов излезен примерок од тековниот и  $M$ -те претходни влезни примероци и од претходните  $N$  примероци на излезот од филтерот.

Ако е  $N=0$  тогаш втората сума во релацијата (5) не е застапена и филтерот се означува како нерекурзивен, односно со конечен импулсен одзив (FIR). Во тој случај примероците на излезот од филтерот може да се добијат во процесот на дискретна конволуција на влезните примероци  $\{x_k\}$  и конечниот импулсен одзив на филтерот  $\{h_k\} = \{b_k\}$ , odnosno

$$y_n = \sum_{k=0}^M h_k \cdot x_{n-k} = \sum_{k=0}^M x_k \cdot h_{n-k} \quad (6)$$

Изразот (6) на прв поглед е доста различен од изразите (1) до (4) со кои во прв ред се определува средната вредност од бројот на импулси. Но, ако се ограничимо на FIR филтер кај кој сите коефициенти се подеднакви и изнесуваат  $a_i = 1/(M + 1)$  тогаш од изразот (6) едноставно се добива

$$y_n = \sum_{k=0}^M b_k \cdot x_{n-k} = \frac{1}{M+1} \sum_{k=0}^M x_{n-k} \quad (7)$$

Ако релацијата (7) се спореди со изразот (2) се гледа дека во стварност постои можност да се определи средната вредност врз блок од  $M + 1$  примероци позната во литературата како подвижна средна вредност (moving average-MA) [2].

Со оглед на тоа дека сите коефициенти на филтерот имаат еднаква тежина произлегува дека примероците се пропуштаат низ правоаголен "прозорец" (константен импулсен одзив). Со соодветно избирање на обликот на овој "прозорец" може да се добијат разни вредности на овие тежински коефициенти и на тој начин директно да се делува на средната вредност на излезот од филтерот. Покрај правоаголниот прозорец релативно едноставно е да се реализира триаголен прозорец (Parzen) или пак прозорец со биномна распределба на коефициентите. И кај двата филтра коефициентите се од обликот "два на степен"

Автокорелационата функција за една дискретна низа од  $N$  примероци  $\{X_k\}$  е дефинирана според релацијата

$$R_x(k) = \sum_{j=0}^{N-1} X_j \cdot X_{k+j} \quad (8)$$

и ги поседува и особините [3]:

$$R_x(0) = m_x^2 + \sigma_x^2 \quad (9)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} R_x(k) = m_x^2 \quad (10)$$

Релацијата (9) може да се искористи за да се определи средната вредност на примерокот  $m = m_x$  имајќи предвид дека за случаен процес со Пуасонова распределба на моментните вредности на зрачењето важи и релацијата  $\sigma_x^2 = m_x$ . Според тоа, откако (9) се реши по  $m$  конечно се добива

$$m = \sqrt{R_x(0) + 0.25} - 0.5 \quad (11)$$

Практично, како што се гледа од релацијата (8), не е воопшто потребно да се определи автокорелационата функција за сите вредности на  $k$ . Доволно е да се определи нејзината вредност само за  $k=0$ . Во тој случај бројот на операциите на множење и на собирање е линеарно зависен од бројот на примероци  $N$ , за кои се определува  $R_x(0)$ .

### 3. АНАЛИЗА НА РЕЗУЛТАТИТЕ ОД СИМУЛАЦИЈАТА

Анализата е ограничена на случајно променливите  $X_1, X_2, \dots, X_k$  за кои се претпоставува дека се независни и идентично дистрибуирани (IID), секоја посебно со исто математичко очекување  $m$  и варијанса  $\sigma^2$ .

Средната вредност од  $k$ -те случајни IID променливи е означена како средина на примерок  $\bar{X}_k$ , при што индексот  $k$  има за цел да назначи дека се работи за множество од  $k$  случјно променливи. Ново воведената величина има идентичен облик со релацијата (2). Вака воведената величина претставува непристрасна проценка на математичкото очекување бидејќи важи  $E[\bar{X}_k] = m$ .

Слично е дефинирана и варијансата од  $k$  IID случајно променливи. Варијансата по примерок е означена со  $s_k^2$  и со цел да биде непристрасна процена на варијансата е дефинирана како

$$s_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^K [X_i - \bar{X}_k]^2}{(k-1)} \quad (12)$$

Основниот недостаток во примената на  $\bar{X}_k$  како процена за  $m$  е што не се располага со дополнителни показатели колку  $\bar{X}_k$  е блиско до  $m$ . Имено  $\bar{X}_k$  како случајно променлива има од своја страна варијанса на средина на примерокот  $\sigma^2[\bar{X}_k]$  која ќе биде [4]

$$\sigma^2[\bar{X}_k] = E\left\{\left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^K X_i\right]^2\right\} = \frac{1}{k^2} \sum_{i=1}^K E\{X_i^2\} = \frac{\sigma^2}{k} \quad (13)$$

при што е искористен фактот дека случјните променливи  $X_i$  се независни и еднакво распределени.

Релацијата (13) е од суштинско значење бидејќи покажува дека колку бројот на примероци  $k$  е поголем, толку варијансата во средината на примероците е помала, односно дека толку  $\bar{X}_k$  е поблиску до  $m$ .

Естимацијата на варијансата на средната вредност е дефинирана со релација аналогна на (13) и е дадена со

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{s_k^2}{k} = \frac{\sum_{i=1}^K [X_i - \bar{X}_k]^2}{k(k-1)} \quad (14)$$

Од изложеното може да се заклучи дека  $\bar{X}_k$  добива различни вредности за секој реализиран експеримент со варијанса  $\hat{\sigma}^2[\bar{X}_k]$ . Точноста со која е естимирана средната статистичка вредност  $m$  се оценува со конструирање интервал на доверба. За да се определи овој интервал се користи централната гранична теорема од теоријата на веројатност. Без да се навлегува во деталите од теоремата, се искористени само крајните резултати.

За интервалот на доверба околу средното математичко очекување се добива [5]:

$$\bar{X}_k - z_{1-\alpha/2} \sqrt{s_k^2/k} \leq m \leq \bar{X}_k + z_{1-\alpha/2} \sqrt{s_k^2/k} \quad (15)$$

Според тоа за да се примени релацијата (15) за однапред дефиниран интервал на доверба од таблиците за веројатност на Гаусовата функција потребно е најнапред да се определи вредноста на апсисната оска, односно независно променливата  $z_{1-\alpha/2}$  за која веројатноста изнесува  $1 - \alpha/2$ .

Основен недостаток на изложената постапка за конструирање на интервал на доверба е неможноста квантитативно да се оцени колку треба да биде големо  $k$  за функцијата на густината на веројатноста на  $\bar{X}_k$  да биде блиску до нормалната. За да се надмине овој проблем се користи студентовата,  $t$ -распределба. За интервалот на доверба во тој случај се добива [5].

$$\bar{X}_k - t_{k-1, 1-\alpha/2} \sqrt{s_k^2/k} \leq m \leq \bar{X}_k + t_{k-1, 1-\alpha/2} \sqrt{s_k^2/k} \quad (16)$$

Последниот израз може да се примени за  $k > 2$  со забелешка дека вредностите што се добиваат за  $t_{k-1, 1-\alpha/2}$  при интервал на доверба  $(1-\alpha)$  се толку поблиску до оние што се добиени за  $z_{1-\alpha/2}$  колку е бројот  $k$  поголем. Практично, при  $k > 40$  разликата меѓу резултатите што се добиени со примена на студентовата,  $t$ -распределба многу малку се разликуваат од оние што се добиени според нормалната распределба, па оваа втората може сосем оправдано да се користи.

При споредување на резултатите што се добиени за јачината на експозицијата со примена на различни постапки за обработка на примероците на излезот од трансдукторот многу почесто се користи релативната грешка. Таа со помош на релацијата (16) може да се искаже како

$$\delta_k = \frac{1}{m} \cdot \sqrt{\frac{s^2}{k}} t_{k-1, 1-\alpha/2} \quad (17)$$

За процесот што е предмет на нашето интересирање беше експериментално потврдено [6] дека е тој со Пуасонова распределба со средна вредност  $m = \sigma^2 = X$ , каде што со  $X$  е означен бројот на импулси. Освен тоа ако варијансата на примероците  $s^2$  се замени со варијансата  $\sigma^2$  и за интервал на доверба се усвои 68%, на што одговара  $z_{1-0.16} = 1$ , од претходниот израз за релативната грешка се добива

$$\delta_k = \frac{1}{\sqrt{k} \cdot x} \quad (18)$$

Според последниот резултат произлегува дека релативната грешка опаѓа со зголемување на бројот на мерењата  $k$ , што можеше и да се очекува.

Изразот (18) може да се претстави и во друг облик. Имено, ако со  $n = X/\Delta T$  се означи средната вредност на импулси во единица време  $\Delta T$ , а со  $T = k \cdot \Delta T$  времетраењето на мерењето се добива

$$T = \frac{1}{n \cdot \delta_k^2} \quad (19)$$

Според тоа времето на мерењето се продолжува колку бараната релативна грешка е по мала и колку бројот на импулсите од детекторот  $n$  е помал.

#### 4. ДОБИЕНИ РЕЗУЛТАТИ

За анализа на работата на импулсниот детектор за јонизирачко зрачење изведена е симулација со помош на софтверскиот пакет DADISP [7]. Бидејќи сите задачи неможеја да се реализираат во рамките на споменатиот програмски пакет беа користени надворешни програми, претходно компајлирани, а активирани според потребите.

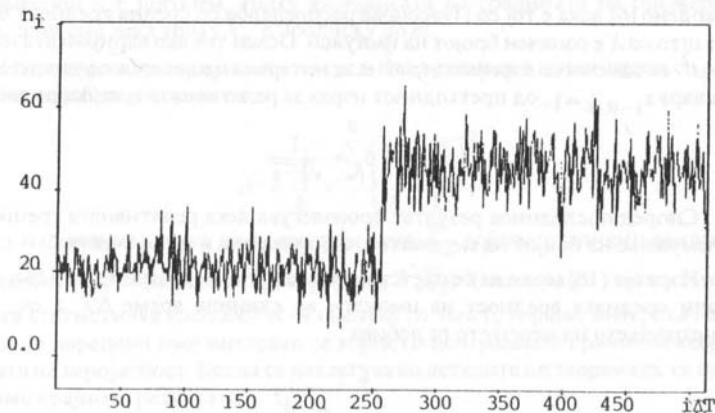
Како влезен процес во симулацијата користени се податоците кои беа добиени од реален извор на јонизирачко зрачење [6]. Користено е сценарио при кое е изведен брз пораст на зрачењето, како што е прикажано на сл.1.

На сл.2.a прикажан е сигналот по обработка во FIR филтер со  $N=7$  коефициенти и со тежина  $1/N$ . Резултатите се идентични со оние кои би се добиле ако се користи адаптивната постапка според релацијата (2) при должина  $N=7$ . На сл.2.b се дадени резултатите што се добиени при користење на FIR филтер со триаголен прозорец при иста должина.

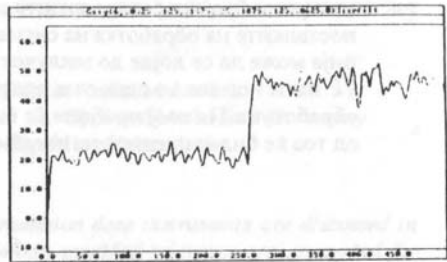
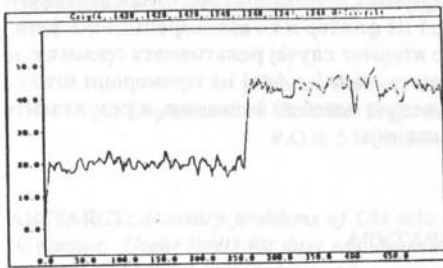
На сл. 3.a и 3.b се прикажани сигналите од сл. 2a и 2b соодветно по третман на децимацијата со фактор 16.

На сл. 4.a и 4.b прикажан е детал од сигналот добиен со примена на автокорелационата метода. Сл.4.a го прикажува потполниот тек на автокорелационата функција, а сл.4.b ја прикажува моментната средна вредност, пресметана според релацијата (11).

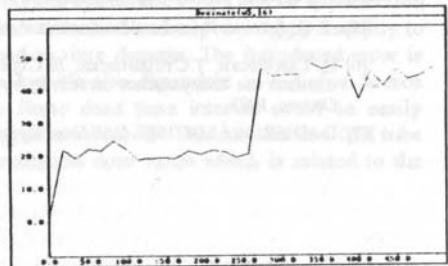
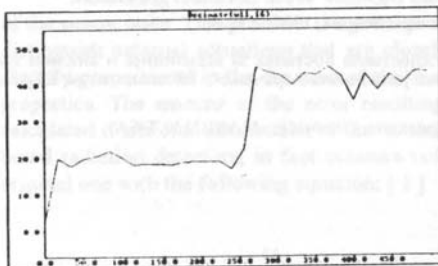
Споредувајќи ги резултатите прикажани на сл. 2 и 4 може да се заклучи дека автокорелационата метода обезбедува приказ со помали колебања. Недостаток на автокорелационата метода е подолгото време на пресметка на автокорелационата функција. Ако се врши пресметка само на максималната вредност, што е неопходно, бројот на операциите на собирање изнесува  $N$ , а исто толку се потребни и операции на множење. Постапката на филтрирање со FIR филтер бара  $N$  собирања и едно множење. Споменатиот поголем број на операции на множење кај автокорелационата метода не претставува голем недостаток имајќи ја предвид најновата генерација на микропроцесорски кола.



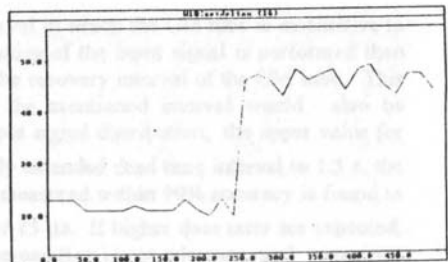
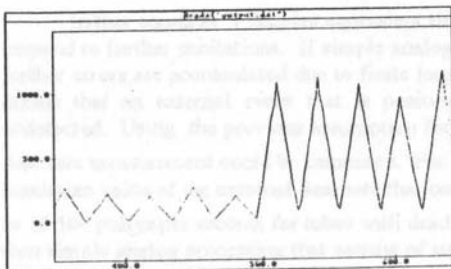
Сл. 1. Сигнал на излезот од детекторот, без обработка



Сл. 2. Сигнал по обработка во FIR филтер со должина  $N=7$ ;  
а) со правоаголен, б) со триаголен "прозорец"



Сл. 3. Сигнал по обработка во FIR филтер со дпљина  $N=7$  по третман  
на децимација со фактор 16. а) со правоаголен, б) со триаголен "прозорец"



Сл.4. Сигналот по автокорелациона обработка врз блок од 16 примероци  
а) автокорелациона функција, б) моментна средна вредност.

При реализацијата на дозиметриските системи мора да се посвети посебно внимание на релативната грешка, која е непосредно зависна од активноста на изворот и бројот примероци што се обработуваат, релацијата (18). Споредувајќи ги постапките на обработка на сигналите со FIR филтер и со автокорелациона функција може да се дојде до заклучок дека во вториот случај релативната грешка е за  $\sqrt{k}$  пати помала во однос на првата постапка, каде  $k$  е број на примероци што се обработува. На овој проблем ќе биде посветено посебно внимание, а резултатите од тоа ќе бидат предмет на посебна публикација.

## 5. ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. D. Stearns, R. A. David: "Signal Processing Algorithms", Prentice-Hall, 1988, st.103-115.
- [2] W. H. Press et al: "Numerical Recipes", Cambridge University Press, Cambridge, 1988, st.430.
- [3] H. W. Schuessler: "Digitale Signalverarbeitung I", Universtaet Erlangen-Nuernberg, Erlangen 1980, st.70
- [4] A. Papoulis: "Probability, random variables and stochastic processes", Mc-Grow Hill, 1975, st.246.
- [5] Z. Ѓиљковиќ: "Математичка статистика", Научна кwига, Белград, 1980, st.72-85.
- [6] Ц. Гавровски, Т. Стојановски, Љ. Стрезов: "Едноставна постапка за аквизиција и анализа на одзивот на импулсниот детектор во поле на јонизирачко зрачење", IV симпозиум ЕТАИ, Охрид, 1993.
- [7] DADISP, Ver.1.04, 1987, DSP Development Corporation, Cambridge, MAS 02139, USA.

